ALFRED WEHRL

Sportphysik

Zusammenfassung

Die Sportwissenschaft hat mannigfaltige Aspekte, eben auch physikalische. Jede menschliche Bewegung unterliegt physikalischen Gesetzen; ein paar davon sollen hier aufgezählt werden: Kraftbegriff und Kraftmessung, „freier Fall“, Wurfgesetze, harmonische Bewegungen, diverse Reibungsmechanismen, Strömungsmechanismen etc.

Abstract

Sport science has many facets, also physical ones. Clearly, every kind of human motion underlies physical laws. Some of them are listed in this article: the notion of force and methods of measurement, falling, throwing, mechanisms of friction, flows etc.

Der Sport hat viele Aspekte, darunter auch physikalische. Ein paar davon sollen hier beleuchtet werden.

„Kraft = Masse mal Beschleunigung“

Das ist wohl der Ausgangspunkt aller Diskussionen über die mechanischen Grundlagen des Sports.

Gegen Ende des 17. Jahrhunderts formulierte Isaac Newton drei Axiome:

Erstes Axiom (lex prima): Ein Körper, auf den keine Kräfte einwirken, verbleibt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung (d. h., die Geschwindigkeit bleibt konstant).

Zweites Axiom (lex secunda): Kraft (Symbol $\vec{F}$) = Masse mal Beschleunigung (m $\vec{a}$).

Drittes Axiom (lex tertia): („actio = reactio“): Die Kraft, mit der ein Körper auf einen zweiten einwirkt, ist gleich und entgegengesetzt zur Kraft, mit der der zweite Körper auf den ersten einwirkt. (Leider wird dieses Axiom oft mißverstanden.)

Ein paar Bemerkungen: „Kraft“ ist eine gerichtete Größe, also ein Vektor (manchmal bezeichnet man das als Nulltes Axiom) (oder lex quarta).
Die *Beschleunigung* $\vec{a}$ ist die Zeitableitung der *Geschwindigkeit* $\vec{v}$, diese ist wiederum die Zeitableitung des *Ortsvektors*. Der *Impuls* ist $m\vec{v}$, wobei m die Masse ist. (Also ist $\vec{F} = \dot{\vec{p}}$, der Punkt bezeichnet die Zeitableitung $\frac{d}{dt}$. Die *kinetische Energie* ist $\frac{m}{2}\vec{v}^2$. Die *Leistung* ist das Skalarprodukt (innere Produkt) $\vec{F}\vec{v}$.

Einheiten (im SI-System): Ort (Länge), Meter (m), Geschwindigkeit $\frac{m}{s}$ (s = Sekunde), Beschleunigung $\frac{m}{s^2}$, Kraft $\frac{kg.m}{s^2}$ = Newton, Energie kg $\frac{m^2}{s^2}$ = Joule (J), Leistung kg $\frac{m^2}{s^3}$ = Watt (W). (Häufig – besonders in der englischen Literatur – werden andere Einheiten verwendet: Kraft, Pond (p) bzw. Kilopond (kp) = 9,80665 N – Faustregel: 1 kp, fälschlich oft „Kilogramm“; dyn = 10^{-5} N; Energie, Arbeit, Wärmemenge erg = 10^{-7} J, Kalorie cal = 4,1868 J; Leistung PS = 735,499 W usw.)
Die Umrechnung von SI-Einheiten und anderen, geläufigen Einheiten bereitet oft kleinere Probleme. Eine kleine Auswahl:
1 (imp.) pound – lb – 0,453 59243 kg (das amerikanische Pfund ist fast gleich).
Der *Druck* = Kraft/Flächeneinheit hat im SI-System die Einheit Pascal (Pa), 1 Pa = 1 N/m². Eine gängige Einheit ist 1 bar (b) = 10^5 Pa. Die in der Meteorologie verwendete Einheit Hektopascal (hPa) = 10^{-2} Pa ist natürlich identisch mit der vorher gebräuchlichen Millibar (mb). Oft verwendet wird auch 1 Torr (von Torricelli) = 1/760 mm Quecksilbersäule (mm Hg), 1 mm Hg = $1{,}315789 \cdot 10^{-3}$ atm. „atm“ ist die „physikalische Atmosphäre“ = Jahresdurchschnitt des Luftdrucks = 101325/760 Pa.

psi (pound per square inch) ist in der englischsprachigen Literatur weit verbreitet, 1 psi = $6{,}89467 \cdot 10^3$ Pa = $6{,}80460 \cdot 10^{-2}$ atm.

„Arten" von Kräften: In der Sportwissenschaft, Trainingslehre und anderen Bereichen werden oft verschiedene Arten von Kräften unterschieden, bis zu 30 (statische Kraft, Maximalkraft, Schnellkraft, Explosivkraft, um nur einige zu nennen). Vom physikalischen Standpunkt aus wird dadurch bloß die Tatsache ausgedrückt, daß Kräfte i. a. orts-, zeit- und geschwindigkeitsabhängig sind, daß es auch „memory-Effekte" geben kann. Typische geschwindigkeitsabhängige Kräfte treten bei Reibungsphänomenen auf – darüber wird noch zu sprechen sein –, aber auch bei der Bewegung eines Muskels (die sogenannte „Hillsche Kurve", etwa ein $1/v$-Gesetz) und verschiedenem mehr.

Zwangskräfte (sozusagen „verborgene Kräfte", der englische Ausdruck „constraint forces" trifft den Kern der Sache wohl besser): Im Prinzip handelt es sich um Kräfte wie alle anderen, doch sind sie nicht von vornherein erkennbar. Beispiel: Man steht auf dem Boden, natürlich wirkt die Schwerkraft, jedoch existiert auch eine Zwangskraft, welche verhindert, daß man durch den Boden hindurchsinkt. Oder: Man denke an Gelenke, diese erlauben nur gewisse Bewegungen, zwingen die Bewegung in gewisse Bereiche. Die dafür verantwortlichen Zwangskräfte sind i. a. nur sehr schlecht – wenn auch nicht unmöglich – zu beobachten.

1. Ein paar Worte zum Messen

Schon die Bestimmung der Lage oder der Geschwindigkeit ist meist recht schwierig, da man es mit dreidimensionalen, zeitlich veränderlichen Vorgängen zu tun hat. Die meßtechnische Auswertung eines dreidimensionalen Vorgangs ist zwar möglich, aber oft mit erheblichem Aufwand verbunden.

Beim menschlichen Körper etwa ist es so, daß er willentlich seine innere Lage zu verändern mag, was eine unerhörte Komplexität in bezug auf Messung bzw. Berechnung hervorruft.

Man hilft sich so, daß man sich auf ein paar wesentliche Parameter konzentriert (was man unter „wesentlich" erachtet, ist natürlich subjektiv und hängt vom gewünschten Grad an Information ab). Diese Parameter bezeichnet man in der Physik als „Freiheitsgrade".

So mag die Bewegung der Kugel beim Kugelstoß durch die drei Koordinaten des Schwerpunkts ausreichend beschrieben werden. Beim Fußballspiel ist wegen der aerodynamischen Effekte auch die Rotation des Balls in Betracht zu ziehen, was weitere drei Freiheitsgrade ergibt. Bei Kontakt des Balls mit einem festen Gegenstand kommt mindestens noch ein Freiheitsgrad dazu (Eindellung z. B.).

Beim menschlichen Körper hilft man sich so, daß man den menschlichen Körper in eine mehr oder weniger große Anzahl von Segmenten unterteilt, deren anthropometrische Daten bekannt sind (bzw. für den jeweiligen Athleten vermessen werden können).

Nun aber zur Frage: Wie kann man Kräfte bzw. Beschleunigungen messen (positiv oder negativ, d. h. Verzögerungen)? Die gängigsten Instrumente sind wohl Waagen (Gewichts- oder meist Federwaagen); sie sind aber im wesentlichen nur für den statischen Fall geeignet.

Dynamometer bestehen meist aus Verformungskörper und Verformungsmeßgerät. Werden sie für zeitlich veränderliche Kräfte verwendet, werden sie im allgemeinen aber statisch kalibriert, was zur Folge hat, daß die Eigenschwingungen in der Regel unbekannt sind. Dies führt natürlich zu Unsicherheiten in der praktischen Anwendung.

Die Verwendung von Dehnungsmeßstreifen ist eine einfache, aber durchaus unsichere Methode. Sie ist geeignet bis zu 50 Hz, hat aber eben eine mangelnde Reliabilität.

Die eleganteste Methode ist die piezoelektrische Messung (etwa mit Quarz oder Bariumtitanat oder ADP). Jedoch ist auch hier Vorsicht angebracht, um ein Verkanten der Kristalle und daraus resultierende Fehlmessungen zu vermeiden.

Es gibt noch eine Reihe weiterer Verfahren, etwa das „Kalotten-Meß-Ei", die aber kaum eine große Rolle spielen.

Beschleunigungsmesser (Transduktoren) sind von verschiedener Bauart, etwa eine federnd gelagerte, gedämpfte Masse, aber auch induktive und kapazitive Methoden werden verwendet, auch Magnetostriktion, der piezoelektrische Effekt und verschiedenes mehr. Die Kalibrierung erfolgt häufig auf Rütteltischen bzw. Drehtischen.

Andere Methoden sind:

Bei Bewegungen Chronozyklogramme, Selspot-Verfahren, Lichtspuraufnahmen u. v. m.

Anthropometrische Daten: Bestimmungen mittels Goniometer, Methoden zur Bestimmung des KSP bzw. der Bestimmung der Trägheitsmomente von Körperteilen, diverse Arten zur Untersuchung kinematischer Ketten.

Grundsätzlich ist zum Messen festzustellen:

a) Es sind große Sorgfalt und Gewissenhaftigkeit angebracht. Eine schlampige Vorbereitung einer Messung oder Meßreihe kann das Resultat hundertprozentig verfälschen.
b) Man muß wissen, was man eigentlich mißt. Dies mag banal klingen. Aber es genügt meist nicht, eine Zahlenreihe oder Bilder zu haben, wenn man damit nichts Rechtes anfangen kann. (Ein triviales Beispiel, das sich aber sinngemäß durch viele Bereiche hindurchzieht: Wenn Sie den Abschlag eines Golfballs fotografieren, kann der Schläger auf dem Bild gebogen erscheinen. Daraus Rückschlüsse auf die auftretenden Kräfte zu ziehen, wäre falsch, der Grund liegt in der Verwendung eines Schlitzverschlusses.)

(Vor dem ärgerlichen Unsinn, $^1/_{100}$-Sekunde mit der Hand stoppen zu wollen, werden die Leser dieses Artikels wohl gefeit sein.)

2. Freier Fall: einfach – oder doch nicht?

Jeder Körper – wie immer er beschaffen sein mag, also nicht unbedingt ein menschlicher – unterliegt der Erdanziehungskraft (Schwerkraft). Das Bemerkenswerte an dieser Kraft ist, daß sie immer proportional zur Masse ist, (betragsmäßig) $F = mg$, (m = Masse, g = Erdbeschleunigung, je nach geographischer Breite, Ortshöhe sowie lokaler Anomalien zwischen ca. 9,78 – Äquator – und 9,83 – Pole – m/s². Die „Norm-Erdbeschleunigung“ 9,80665 m/s² bezeichnet man mit gal – von Galilei – oder g, was u. U. Verwirrung stiften kann).
Die bei einem Fall zurückgelegte Länge (Fallhöhe) gehorcht dem Gesetz $h = v_0 t + \frac{g}{2} t^2$ (die Anfangshöhe sei – willkürlich – mit $h = 0$ festgelegt). Die Masse kommt in dieser Formel nicht vor, wie in allen anderen Situationen, die ausschließlich von der Schwerkraft determiniert werden.
Wenn man sich einfach vom 10-m-Turm hinunterfallen läßt, dauert das ($t = \sqrt{2h/g}$) ca. 1,4 s, die Auftreffgeschwindigkeit beträgt ($v = \sqrt{2gh}$) ca. 14 m/s ≈ 50 km/h (1 m/s = 3,6 km/h).
Beim Wurf ist die Situation im Grunde genauso, bloß hat man es mit einer Superposition einer Fallbewegung und einer gleichförmigen Bewegung zu tun. In Formeln (die x-Achse möge parallel zur Erdoberfläche und die z-Achse vertikal dazu, vom Erdmittelpunkt wegzeigend, sein):

$$x(t) = x_0 + v_x^0 t, \qquad z(t) = z_0 + v_z^0 t - \frac{g}{2} t^2$$

(x_0, z_0: *Anfangskoordinaten*, v_x^0, v_z^0 Komponenten des Vektors der Anfangsgeschwindigkeit.) Die Bewegung erfolgt entlang einer Parabel (Wurfparabel).

Ohne die Rechnung explizit auszuführen, kann man oft Bahnparameter aus der Energieerhaltung berechnen: $\frac{m}{2}\vec{v}^2 + mgz = const.$, also auch $\frac{m}{2}(v_z)^2 + mgz = const.$ Für einen Sprung mit optimalem Absprungwinkel 45° (interne Körperbewegungen seien hier vernachlässigt) ist

$$\frac{(v_z^0)^2}{2g} = \frac{(v^0)^2}{4g}$$

die erreichte Sprunghöhe, die Sprungweite ist das Vierfache. $|v^0| = |(v_x^0, v_z^0)| = \sqrt{(v_x^0)^2 + (v_z^0)^2}$. Daß dieser Wert für $v = 10$ m/s nicht erzielt wird – das wären 10 m –, liegt daran, daß der optimale Absprungwinkel nicht erreicht werden kann. Bei einem Stabhochsprung sei die vertikale Absprunggeschwindigkeit 10 m/s, die entsprechende Höhe ist dann

$$\frac{1}{2}\frac{(10\ \mathrm{m/s})^2}{g} \sim 5\ \mathrm{m}.$$

(Dazu kommt natürlich auch der Einsatz der Armkraft und der Technik, so daß de facto größere Höhen erzielt werden.)

Beträgt der optimale „Abwurfwinkel“ von Boden zu Boden 45°, so ist dem nicht so, wenn aus größerer Höhe abgeworfen wird, z. B. beim Kugelstoßen. Die (betragsmäßige) Abwurfgeschwindigkeit sei v_i, wegen der Energieerhaltung ist die Endgeschwindigkeit $v_f = \sqrt{v_i^2 + 2gh}$, h = Anfangshöhe (bei einem guten Werfer ca. 2,2–2,3 m). Der optimale Abwurfwinkel α ist durch $\tan\alpha = v_i/v_f$ gegeben (was eine durchaus einfache Rechnung ergibt), er ist in jedem Fall $< 45°$.
Bei Objekten, deren Ausdehnung nicht vernachlässigt werden kann, folgt der Schwerpunkt (beim menschlichen Körper also der Körperschwerpunkt, KSP) der Wurfparabel. Dies ist eine Folge des 3. Newtonschen Axioms. Der KSP ist oft schwierig zu bestimmen, insbesondere wenn der Körper in Bewegung ist; Ungenauigkeiten von 5% sind da ohne weiteres möglich. Es handelt sich dabei nicht um einen definierten Punkt im Körper, vielmehr hängt seine Position von der jeweiligen Lage ab (und er kann sich sogar außerhalb des Körpers selbst befinden).
Ein eigenes Kapitel, das oft begriffliche Schwierigkeiten macht, ist der *Drehimpuls* $\vec{L}$. Für einen Massenpunkt ist er (bezüglich 0) durch das Vektorprodukt (äußere Produkt) $\vec{x} \times \vec{p} = m(\vec{x} \times \vec{v})$ definiert, für ein ausgedehntes System ist der Gesamtdrehimpuls gleich der Summe der Einzeldrehimpulse. Seine Zeitableitung ist das *Drehmoment,* für einen Massenpunkt $\vec{x} \times \vec{F}$, das Gesamtdrehmoment ist die Summe der Einzeldrehmomente.
Zum Unterschied vom gewöhnlichen (linearen) Impuls kann aber etwa aus der Erhaltung des Drehimpulses nichts auf den zeitlichen Ablauf der Lage eines Körpers gefolgert werden. Auch bei konstantem Drehimpuls 0 sind Lageänderungen möglich („Katzenschrauben“). Der Grund: Der Drehimpuls ist nicht die Zeitableitung einer anderen Größe.
Beim Turmspringen beispielsweise ist der Drehimpuls bezüglich des KSP konstant, er kann nach dem Absprung nicht mehr beeinflußt werden. Dennoch lassen sich mit der Drehimpulserhaltung mannigfache kunstvolle Bewegungen vereinbaren.
Der Drehimpuls steht, zumindest für (einigermaßen) starre Körper, im Zusammenhang mit dem Vektor der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$, ist jedoch dazu i. a. nicht proportional, vielmehr wird der Zusammenhang durch den Trägheitstensor θ vermittelt. Dieser hat neun Komponenten θ_{ik} ($i, k = 1, 2, 3$), ist symmetrisch ($\theta_{ik} = \theta_{ki}$), für die Komponenten des Drehimpulses gilt $L_i = \Sigma_k\, \theta_{ik}\psi_k$. Das Nichtzusammenfallen der Richtungen des Drehimpulses und der Winkelgeschwindigkeit gibt Anlaß zu allerlei zunächst merkwürdig anmutenden Bewegungen (Präzession, Nutation).
Als symmetrischer Tensor kann θ auf Diagonalform gebracht werden; die entsprechenden Eigenwerte heißen Hauptträgheitsmomente, die zugehörigen Richtungen Hauptträgheitsachsen.
Beim menschlichen Körper ist, um nur einige Beispiele zu nennen, das Hauptträgheitsmoment um die Breitenachse ~ 10,5–13 kg m² (die Rotation um diese Achse ist instabil), um die Tiefenachse 12–15 kg m² und um die Längsachse 1–12 kg m² (Rotationen um diese Achsen sind stabil). Je weiter die Masse außen konzentriert ist, umso größer sind die Trägheitsmomente, Verla-

gerung nach innen bewirkt Verkleinerung und (bei konstantem Drehimpuls) Erhöhung der Winkel (= Dreh-)Geschwindigkeit. (Vgl. Pirouetten, Salti u. dgl.)

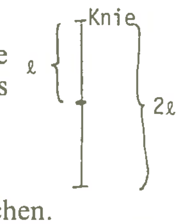
3. Gibt es eigentlich „einfache Physik"?

Es gibt einen eigenen Zweig der Physik – *qualitative Physik* –, der darauf abzielt, durch ganz simple Überlegungen annähernd an das gesuchte Resultat zu kommen.
Die Erfahrung lehrt, daß – zumindest im Mechanischen – oft einfache Dimensionsbetrachtungen in die Nähe des exakten Resultats führen. Meist liegt man nur um Faktoren $\sqrt{2}$, 2π etc. falsch, jedenfalls bewegt man sich im Bereich 1/10–10. (Klar, daß das kein Naturgesetz ist.)
Einige Beispiele:
Freier Fall, Auftreffgeschwindigkeit. Die Masse kann nicht eingehen, also kommen nur Sprunghöhe h und Schwerebeschleunigung g in Betracht. $h = [l]$ ([ ] steht für Dimension, l für Länge), $g = [l/t^2]$ (t = Zeit). Geschwindigkeit hat die Dimension l/t, dafür bietet sich $\sqrt{hg}$ als Kandidat an (vom exakten Resultat um den Faktor $\sqrt{2}$ verschieden).
Pendel: Die Schwingungsdauer kann wieder nicht von der Masse abhängen, also kommen nur Pendellänge und Schwerebeschleunigung ins Spiel. $\sqrt{l/g}$ hat die Dimension einer Zeit. (Korrekt: die Halb- bzw. ganze Schwingung unterscheidet sich um π bzw. 2π.)
Warum springen alle Lebewesen annähernd gleich hoch? (Floh, Mensch usw.) Die lineare Ausdehnung sei l, daher ist die Masse $\sim l^3$, der Muskelquerschnitt $\sim l^2$ und die Beschleunigung (Kraft/Masse) $\sim l^{-1}$. Die Beschleunigungsstrecke ist $\sim l$, daher ist die Endgeschwindigkeit (und somit die Sprunghöhe) $\sim l^{-1} \cdot l$, also unabhängig von der Größe (ca. 1 m Schwerpunktshebung).
Was ich aus meiner Erfahrung als Lehrender nicht oft genug betonen kann: Man muß sich ein Gefühl für Größenordnungen bewahren (sozusagen „Hausverstand haben"). Bloß ein abschreckendes Beispiel, wie's nicht sein soll: In einem sportwissenschaftlichen Buch kommt der Autor zu dem Schluß, daß beim Kugelstoß die Abwurfgeschwindigkeit größer als die Schallgeschwindigkeit wäre. Na ja, weil er halt Multiplizieren und Dividieren verwechselt hat; das kann passieren, aber spätestens beim Endresultat muß man merken, daß in der Rechnung irgendwo etwas schiefgegangen sein muß. (So ganz nebenbei: Der betroffene Autor hat es zunächst einmal gar nicht der Mühe wert gefunden, auf meinen entsprechenden Hinweis einzugehen.)

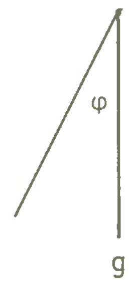
4. Pendelbewegungen (auch „harmonische Bewegungen" genannt)

Bei kleinen Ausschwingungen ist der Kraftverlauf linear, ein Umstand, der für eine sehr große Anzahl von Phänomenen zutrifft. Ein Beispiel wäre die Reflexion eines Balles, auf die wir noch zu sprechen kommen werden. Eine Pendelbewegung stellt auch das Ausschwingen des Unterschenkels beim bequemen, also praktisch anstrengungslosen Gehen dar (wenngleich es sich eher um eine erzwungene Schwingung handelt).
Die Pendelfrequenz bei hinreichend kleinen Ausschlägen ist

$$\omega = \sqrt{m\ell g/I},$$



l = Abstand zum Schwerpunkt, I = Trägheitsmoment um die Drehachse = $ml^2 + I^s$ (I^s = Trägheitsmoment bezüglich des Schwerpunkts) aufgrund des Steinerschen Satzes.
Für einen Stab (= idealisiertes Bein) ist $I = m(2l)^3/3$.
Mit $2l = 0{,}5$ ist also $\omega \sim \sqrt{30}$, d. h. $\nu = \omega/2\pi \sim 0{,}87\ s^{-1}$.
Man möge dies mit seiner persönlichen Schrittfrequenz vergleichen.
Bei größeren Auslenkungen ist die rücktreibende Kraft nicht mehr proportional zur Auslenkung selbst. Dies betrifft z. B. das Reckturnen. Auf die Hände bzw. die Reckstange wirkt natürlich eine Kraft (die man gut anhand der Durchbiegung der Stange messen kann); wie groß ist sie z. B. bei einer Riesenfelge?
Die Festhaltekraft setzt sich zusammen aus der Schwerkraft mg und der Zentripetalkraft $ml\dot{\varphi}^2$ (φ = Winkel der Auslenkung). In der oberen Position ($\varphi = \pi$) ist $\dot{\varphi} \geq 0$, so daß aufgrund der Energieerhaltung für $\varphi = 0$ gilt:



$\frac{1}{2} I\dot{\varphi}^2 \geq 2mlg$, also $(ml^2 + I^s)\,\dot{\varphi}^2 \geq 4mlg$. Somit ist die nötige Festhaltekraft mindestens

$$= mg \left\{ 1 + 4 \left(1 + \frac{I^s}{m\ell^2} \right)^{-1} \right\}.$$

Für einen Menschen ist I^s (um die Breitenachse) wie gesagt, $\sim$ 10,5–13 kg m², $l \sim 1$ m, $m \sim$ 60–80 kg, d. h. $\{\ldots\} \sim 4{,}4$. Also beim „einarmigen Riesen" muß man ganz schön zupacken.
Ein anderes (Turn-)Kapitel betrifft die Ringe, genauer: die Schaukelringe. Das ist zwar schon seit langem keine Wettkampfdisziplin mehr, beim Ringturnen wird Wert darauf gelegt, daß die Ringe möglichst in Ruhe bleiben. Aber in der turnerischen Ausbildung nehmen die Schaukelringe nach wie vor ihren Platz ein. (Übrigens: alles, was jetzt gesagt wird, gilt natürlich auch für die Kinderschaukel.)
Das für den Physiker Interessante an der Sache ist, daß man, frei hängend, die Ringe durchaus in Bewegung setzen kann. Drehimpulserhaltung ist sowieso keine gegeben, so daß a priori nichts gegen eine solche Möglichkeit spricht. Einmal in Schwung gekommen, wird die Bewegung durch parametrische Resonanz verstärkt. (Dies ist z. B. der Fall, wenn Kinder auf der Schaukel ihre Schwunghöhe vergrößern.)
Parametrische Resonanz ist ein Resonanztyp, der nicht durch externe Ansteuerung, sondern durch periodische Änderung interner Systemparameter zustande kommt – ein ebenso häufiger wie rechentechnisch ungeliebter Fall. Diese Art von Resonanz unterscheidet sich grundlegend von der „üblichen". Um einen Einblick in die Verhältnisse zu bekommen, betrachtet man gerne fürs erste ein mathematisches Pendel mit variabler Länge, genauer die Differentialgleichung

$$\ddot{\varphi} + \omega^2(t)\varphi = 0,$$

wobei ω^2 periodisch in der Zeit t ist, z. B. $\omega^2 = \omega_0^2\,(1 + h\cos\gamma t)$ (also eine lineare, nichtautonome Gleichung). In letzterem Fall liegt eine Mathieusche Differentialgleichung vor, die relativ gut studiert worden ist. Die Resultate sind so:
Es gibt Resonanz oder, wenn man es so ausdrücken will, Instabilität in allen Bereichen $\gamma \sim 2\omega_0/n$, u. zw. jeweils in einem gewissen Band. Am stärksten ist die parametrische Resonanz für $\gamma = 2\omega_0$ – zum Unterschied von der gewöhnlichen Resonanz. Praktisch beobachtet man nur die Fälle $n = 1$ oder 2, selten $= 3$, die Reibung macht dann die „höheren" Resonanzen zunichte. (Es gibt dann, rein formal, untere Schranken für h.)

5. Die Rolle des Luftwiderstands

Während er bei kleinen Geschwindigkeiten kaum eine Rolle spielt, macht sich bei größeren der Luftwiderstand erheblich bemerkbar.
In den für den Sport relevanten Fällen gehorcht er meist einem „v^2-Gesetz": die der Bewegung entgegenwirkende Widerstandskraft ist

$$\frac{\rho}{2} c_w A v^2.$$

Der *Luftwiderstandsbeiwert* c_w ist dimensionslos, meist < 1, er hängt von der Geometrie und der Oberflächenbeschaffenheit eines Objekts ab. Die Luftdichte ρ ist – je nach Jahreszeit – 1,20–1,29 kg/m³.
Was bewirkt das für den freien Fall? Zunächst macht sich (wegen des v^2-Gesetzes) der Luftwiderstand kaum bemerkbar, d. h., die Geschwindigkeit v ist $\sim gt$ und die zurückgelegte Strecke $l \sim \frac{g}{2}t^2$ (für Anfangsbedingungen $v(0) = 0$, $l(0) = 0$). Mit fortschreitender Zeit wird der Luftwiderstand größer und bremst die Bewegung, bis sich schließlich Luftwiderstand und Schwerkraft die Waage halten. Dies geschieht beim Menschen etwa bei $v_g = 190$ km/h $= 53$ m/s. (Daß beim Schifahren höhere Geschwindigkeiten erreicht werden können, ~ 220 km/h, ist nur ein scheinbarer Widerspruch.)
Es sind Fälle bekannt, bei denen eine Person aus einem hochfliegenden Flugzeug gefallen ist und überlebt hat, indem sie durch einen Schneehaufen aufgefangen worden ist. Wie hoch muß dieser sein? Man sagt, daß die Beschleunigung, die ein Mensch maximal für kurze Zeit ertragen kann, 50 g ist. Es sei h die Höhe des Schneehaufens. Für die Abbremsstrecke h ergibt sich $v_g^2 = 2ah$ (v_g = Grenzgeschwindigkeit, $a = 50\,g$), also

$$h = \frac{v_g^2}{100g} = \frac{(53\ \mathrm{m/s})^2}{100(9{,}8\ \mathrm{m/s^2})} = 2{,}9\ \mathrm{m}$$

(unabhängig von der Fallhöhe).
Für den Widerstand im Wasser gilt das gleiche Gesetz, bloß ist die Dichte um einen Faktor von ca. 1000 größer (1000 kg/m³). Falls nun ein Turmspringer einen „Bauchfleck" auf dem Wasser macht ($A \sim 0{,}2$ m²), bei welcher Sprunghöhe würde die Abbremsverzögerung den Wert von 50 g gerade noch nicht überschreiten? Die Geschwindigkeit beim Auftreffen auf der Wasseroberfläche ist $v = \sqrt{2gh}$ (jetzt ist h = Sprunghöhe; NB der Luftwiderstand spielt bei „üblichen" Höhen noch kaum eine Rolle). Die Bremskraft ist

$$F \sim \frac{\rho}{2} A (2gh),$$

also

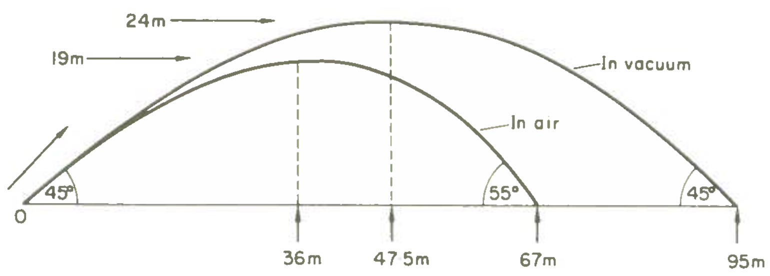
$$ma \sim \rho A g h, \qquad h \sim \frac{m}{\rho A}\frac{a}{g} = 50\frac{m}{\rho A} \quad \text{für } a = 50g.$$

Wenn $m = 60$ kg, so ist

$$h = 50\frac{60\ \mathrm{kg}}{(10^3\ \mathrm{kg/m^3})(0{,}2\ \mathrm{m^2})} = 15\ \mathrm{m}.$$

Bei Sprüngen aus größerer Höhe (welche ja gelegentlich ausgeführt werden), muß man zur Vermeidung schwerer oder gar tödlicher Verletzungen für eine Verkleinerung des effektiven Querschnitts A sorgen (d. h. Kopf oder Füße voran).

Der Luftwiderstand spielt eine dominierende Rolle bei den Ballspielen aller Art. Zwar wirkt sich z. B. beim Kugelstoßen der Luftwiderstand kaum aus, d. h., die Kugel folgt der Wurfparabel, bei Bällen ist er jedoch keineswegs zu vernachlässigen.
Zunächst bewirkt der Luftwiderstand aufgrund seines energieverzehrenden (dissipativen) Charakters eine Geschwindigkeitsabnahme (relativ zum reibungslosen Fall), so daß – zum Unterschied von der Vakuumsituation – beim Wurf der fallende Ast steiler ist (vgl. DAISH, 1972, 53).

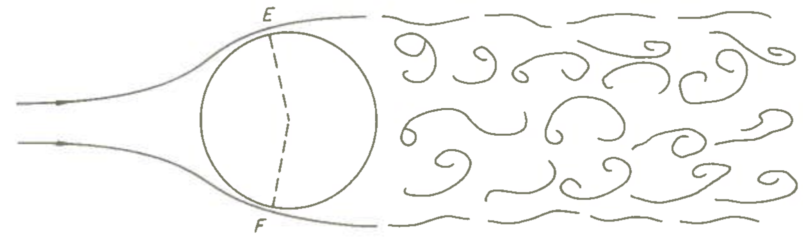


Dieser Umstand wäre ja noch irgendwie leicht zu durchschauen, doch müssen wir jetzt in die „Trickkiste" greifen.
Schauen wir uns noch einmal das vorhin angegebene Widerstandsgesetz $F = c_w \frac{\rho}{2} A v^2$ genauer an. Der Luftwiderstandsbeiwert c_w hängt von der Geometrie des „angeströmten" Objekts ab und ist nicht unbedingt geschwindigkeitsunabhängig; vielmehr hängt er von der Reynolds-Zahl Re ab. Diese ist so definiert:

$$Re = \frac{\ell v}{\nu}.$$

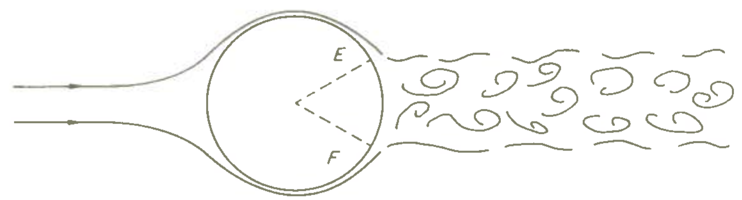
Dabei ist l eine für das System charakteristische Größe von der Dimension einer Länge (bei Bällen der Durchmesser) und ν die kinematische Zähigkeit. Sie beträgt für Luft 0,15 cm²/s, für Wasser 0,10 cm²/s (was zu der paradoxen Feststellung „Luft ist zäher als Wasser" führt). Die Bedeutung der Reynolds-Zahl liegt darin, daß sich Strömungen mit gleicher Reynolds-Zahl qualitativ nicht unterscheiden, sie können durch entsprechendes „scaling" ineinander übergeführt werden (Reynoldssches Ähnlichkeitsgesetz).
Wieso überhaupt ein Luftwiderstand entsteht – diese Einsicht verdanken wir Prandtl.
Um einen angeströmten Körper bildet sich eine (oft nur papierdünne) Grenzschicht aus, in welcher hohe Geschwindigkeitsgradienten herrschen. Außerhalb dieser Schicht kann man die Strömung als verhältnismäßig einfach beschreibbare „Potentialströmung" betrachten. Dies bedingt, daß der gesamte Strömungstyp enorm vom Verhalten der Grenzschicht abhängt, dieses hängt wiederum sehr von der Beschaffenheit der Oberfläche ab (aerodynamisch

„rauh" oder „glatt", d. h., es kommt auf die Größe der Unregelmäßigkeiten der Oberfläche im Vergleich zur Dicke der Grenzschicht an). – Um ein Gefühl für diese Situation zu bekommen, erinnere man sich an die seinerzeitige Diskussion in puncto Schianzüge.
Die Grenzschicht bleibt aber meist nicht haften, sondern löst sich an gewissen Stellen ab (vgl. DAISH, 1972, 45 ff.).



Laminare Strömung, Grenzschichtablösung, wirbeliges Totgebiet (vgl. DAISH, 1972, 45)

Es entstehen Druckunterschiede zwischen der angeströmten Seite und dem Totgebiet und solcherart der Luftwiderstand. (NB. Wäre die kinematische Zähigkeit = 0, so gäbe es keinen Luftwiderstand – d'Alembertsches Paradoxon).
Mit fortschreitender Erhöhung der Geschwindigkeit schlägt der Strömungstyp – zwar nicht plötzlich, aber letztlich doch sehr deutlich – um, etwa bei Re 200.000: Aus der laminaren (gleichmäßigen) Strömung wird eine turbulente (chaotische).



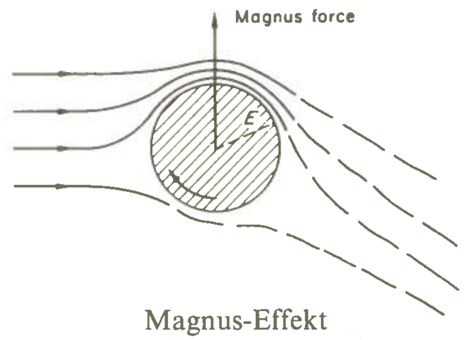
Turbulente Strömung mit erheblich späterer Grenzschichtablösung (vgl. DAISH, 1972, 48)

Typische Werte für c_w:

	laminar	turbulent
glatte Kugel	0,45	0,16
rauhe Kugel	0,48	0,15

Im turbulenten Bereich lassen sich z. B. (insbesondere rauhe) Bälle wesentlich weiter schießen als im laminaren. (Ein Ausschuß eines Fußballtormanns von Tor zu Tor ist nur „turbulent" erklärbar.)

Der Einfluß der Luft bewirkt auch einen anderen Effekt, den sogenannten Magnuseffekt. Darunter versteht man die Ablenkung eines rotierenden Balles (mit Spin, Effet, „Fettn“). Sie kann in verschiedenen Richtungen erfolgen (ab, auf, zur Seite; also topspin, backspin, sidespin; im Prinzip gibt es auch noch den Torpedospin = Drall in Vorwärtsrichtung, um die Längsachse, der zu höchst merkwürdigen Bahnkurven führt).
Die gängige (plausible, aber nicht zutreffende) Erklärung ist die folgende:



Magnus-Effekt
(vgl. DAISH, 1972, 57)

Durch die Mitnahme der an der Oberfläche praktisch haftenden Luft entsteht aufgrund der Bernoullischen Gleichung für stationäre Strömungen

$$\frac{v^2}{2} + w + gz = const.$$

(ω = spezifische Enthalpie; Vorsicht: Es gibt bei Luft häufig fehlerhafte Darstellungen!) ein Druckunterschied und somit die Magnuskraft. Bei diesem Argument wird aber die Grenzschicht nicht berücksichtigt. Und daß es nicht stimmen kann, zeigen die Experimente von Briggs: Bei sehr glatten Bällen kann bei *Re* 50.000–100.000 eine Kraft in der entgegengesetzten Richtung auftreten („Anti-Magnus-Regime“).

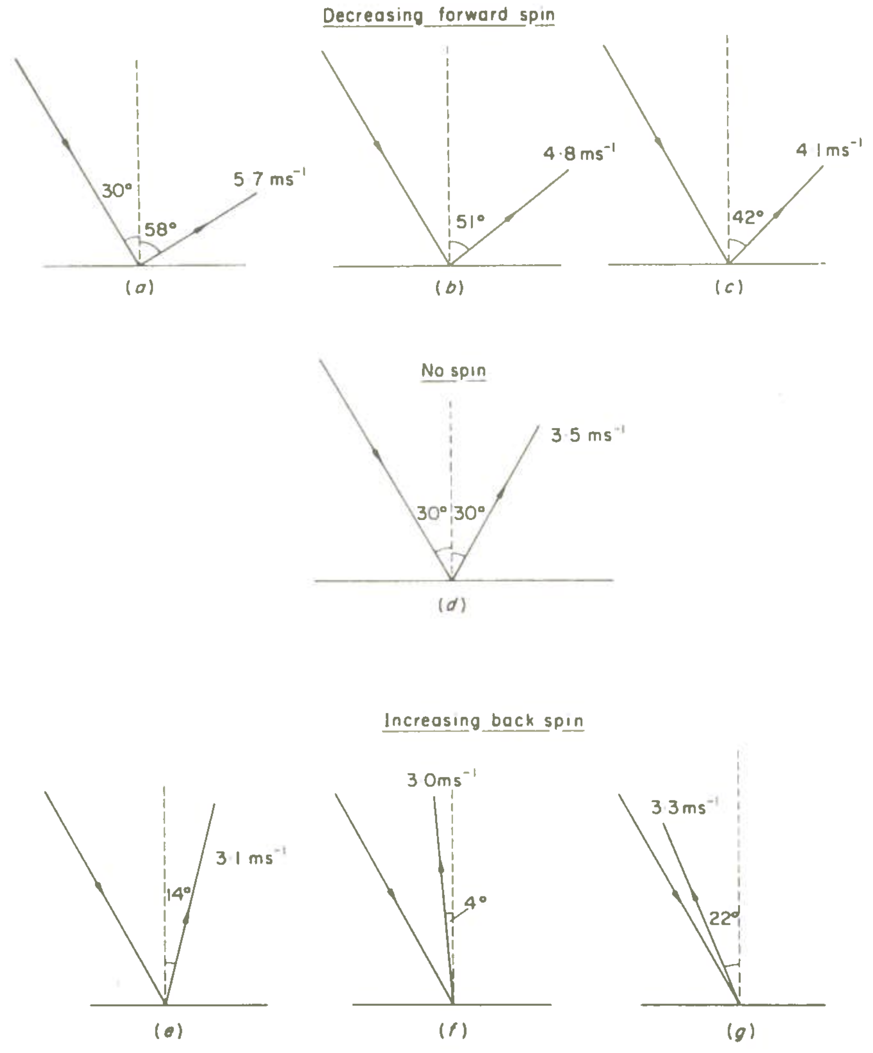
6. Weiteres zu den Ballspielen

Natürlich kann ein Ball nicht nur durch die Luft fliegen. Er kann am Boden (oder einer Wand) aufspringen, er kann auf dem Boden rollen oder gleiten, er kann von einem Gerät geschlagen werden usw. Die letztere Möglichkeit soll wegen ihrer Komplexität hier nicht weiter behandelt werden.
Trifft ein Ball auf dem Boden auf, so treten kurzzeitig (vielleicht in der Größenordnung vom ms) große Kräfte auf, welche sowohl beim Ball als auch beim Boden Deformationen bewirken. Sie führen zu Energieverlusten des abspringenden Balls, welche sich im Restitutionskoeffizienten e äußern: sei v die vertikale Aufsprungsgeschwindigkeit, dann gilt für die vertikale Rücksprungsgeschwindigkeit v', daß $v' = ev$. (Häufig ist e ca. 0,7–0,75.)

Trifft ein Ball unter einem Winkel (vom Lot) α auf dem Boden auf, so wird er eigentlich immer unter einem Winkel α' reflektiert, welcher von α verschieden ist. Durch den Energieverlust des Balles beim Aufprall wird die Abprallgeschwindigkeit v' meist kleiner sein als die Geschwindigkeit v, mit der der Ball am Boden auftrifft. Bei entsprechendem Spin muß das aber nicht der Fall sein.
Wie groß der Reflexionswinkel α' und die Abprallgeschwindigkeit v' sind, hängt von folgenden Faktoren ab:
Spin und Geschwindigkeit des auftreffenden Balls, Reibung zwischen Ball und Boden und dem Restitutionskoeffizienten.

Beim Aufprall des Balles kann folgendes eintreten:
a) Wenn die Reibung zwischen Ball und Boden groß genug ist, wird der ursprüngliche Spin vollkommen absorbiert. Die Reibungskraft, welche der Rotation des Balles entgegenwirkt, reicht aus, um während der Kontaktphase ein Rollen zu erzwingen. Der zurückspringende Ball hat dann jenen Vorwärtsspin, welcher der Rollgeschwindigkeit entspricht.
b) Wenn die Reibung zwischen Ball und Boden nicht groß genug ist, damit der Ball während des Kontakts mit dem Boden in die Rollphase übergeht, so besitzt der abspringende Ball nach dem Verlassen des Bodens noch einen Teil des ursprünglichen Spins. In diesem Fall gleitet der Ball während der gesamten Kontaktzeit auf dem Boden.

Wie wirkt sich der Spin auf das Reflexionsverhalten des Balles aus unter der Voraussetzung, daß der Ball auf dem Boden abrollt? Die folgende Skizze mag darüber Aufschluß geben (Aufprallgeschwindigkeit 15 m/s, Einfallswinkel 30°, Restitutionskoeffizient 0,7).

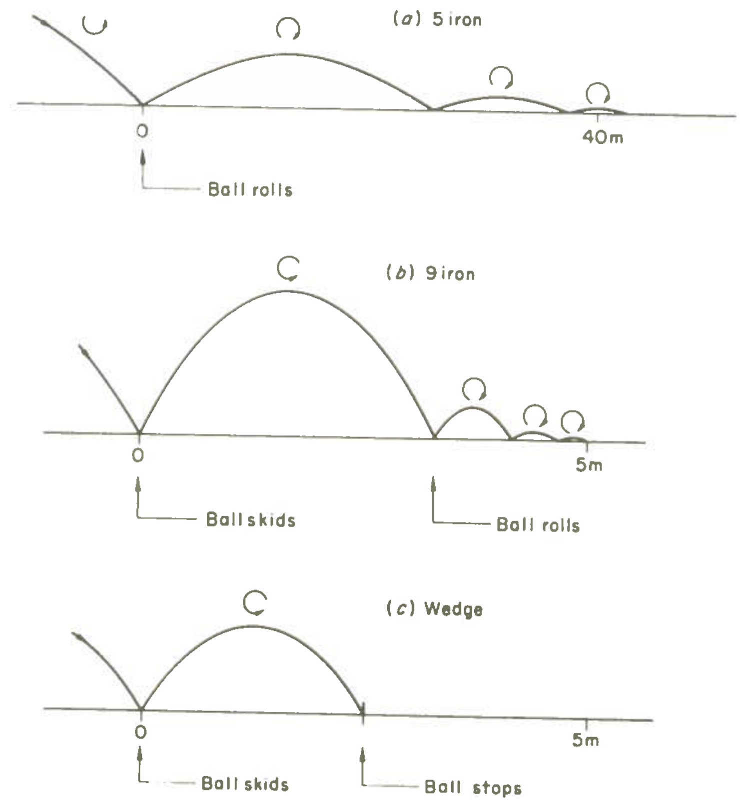


Einfluß des Dralls auf die Reflexion des Balles[1]
(vgl. DAISH, 1972, 93)

[1] Die in dieser Abbildung wiedergegebenen Absprungverläufe sind Ergebnisse von Modellrechnungen ohne Berücksichtigung der Verformung beim Aufprall. Es wäre interessant, sie empirisch zu überprüfen.

Auswirkungen des Topspins (v. a. beim Tennis, Tischtennis): Bei zunehmendem Topspin wird α immer größer. Diese Tatsache widerspricht der Erfahrung, die ein Tennisspieler bei Topspinschlägen macht – es entsteht nämlich der Eindruck, daß mit Topspin geschlagene Bälle kleinere Reflexionswinkel haben als Bälle ohne Spin. Dies erklärt sich dadurch, daß ein Topspinball zufolge des Magnuseffekts sehr steil zum Boden abfällt. Der Ball springt dann durch den Vorwärtsspin flacher weg, als er eingefallen ist, doch ist im Vergleich zu Bällen ohne Spin der Ausfallswinkel kleiner – kurz und gut, der Magnuseffekt liefert die Lösung des Paradoxons.
Slice (backspin): Der Abprall erfolgt viel steiler, bei genügend großem backspin kann der Ball sogar wieder in die ursprüngliche Richtung zurückspringen.

Schauen wir uns vielleicht abschließend die Bewegung eines Golfballs an:



Einfluß des Spins auf die Reflexionen eines Golfballs
(vgl. DAISH, 1972, 97)

Man sieht sehr deutlich, was so alles möglich ist.

Nun zu etwas ganz anderem:

7. Physik des (alpinen) Schilaufs

Jeden Winter laufen sehr viele Menschen mit mehr oder weniger Vergnügen Schi. Welche physikalischen Gesetze kommen dabei zum Tragen?
Zunächst gibt es die hangparallele, beschleunigende Komponente der Schwerkraft (die hangnormale Komponente wird durch Zwangskräfte kompensiert). Ihr wirken diverse Reibungskräfte entgegen: Laufflächenreibung, Schneeabräumwiderstand, Luftwiderstand und verschiedenes mehr.
Über den Luftwiderstand wurde bereits gesprochen, er hängt von der angeströmten Fläche und dem Luftwiderstandsbeiwert ab, konkreter: von der Haltung und der Beschaffenheit des Schianzugs, natürlich von der Geschwindigkeit. Einige Realdaten aus einem (älteren) Windkanaltest:
Wind: 110 km/h (= 30,56 m/s).
Abfahrtshaltung: guter Anzug $\sim$ 160 *N*, weniger guter Anzug $\sim$ 210 *N*.
Aufrechte Haltung: $\sim$ 440 *N*.
Mit anderen Worten, auf ein- und demselben Streckenabschnitt ist die erzielbare Höchstgeschwindigkeit 130 km/h, bei aufrechter Haltung 80 km/h.
Der interessanteste physikalische Aspekt berührt jedoch das Gleiten bzw. den entsprechenden Widerstand. Frage: Warum gleitet eigentlich ein Schi so unverschämt gut?
Dazu müssen wir uns sowohl ein Bild von den Eigenschaften der Beläge als auch denen des Schnees machen.
Die Beläge bestehen üblicherweise aus Polyäthylen (PE). Dies ist ein ziemlich langes Molekül, zusammengesetzt aus ca. 1000 „molekularen Einheiten". Es existiert in verschiedenen Versionen: Niederdruck- und Hochdruck-PE, verzweigt/nicht verzweigt usw. Im allgemeinen handelt es sich bei Schibelägen auch nicht um reines PE, es sind z. B. hydrophobe (wasserabstoßende) Gruppen eingebaut. Jedenfalls gibt es im Belag sozusagen „Löcher", die durch Wachsen aufgefüllt werden müssen (Paraffin mißt ca. 50 der oben angesprochenen „Einheiten").
Schnee – bzw. genauer gesagt Eis – ist die kristalline Form von Wasser. Letzteres ist eine durchaus merkwürdige Substanz. Es ist ein unsymmetrisches, polares Molekül, H_2O; die beiden Wasserstoffmoleküle bilden mit dem Sauerstoff einen Winkel von ca. 104,5°. Diese Polarität ist verantwortlich für diverse ungewöhnliche Eigenschaften.
Die Kristallstruktur des Schnees ist sehr verschieden, bei weitem nicht immer der schöne hexagonale Schneestern. Je nach Klassifikationsschema unterscheidet man 80–100 verschiedene Grundtypen (z. B. Stäbchen, Plättchen und vieles mehr). Bei Kunstschnee findet man einen recht unregelmäßigen Typ vor (Graupeltyp):

Hier ist offenbar die Kristallausbildung nicht bis zum Ende gelangt. Das bewirkt zweierlei: a) die Bindung der Schneekristalle untereinander ist lockerer, und b) das Abschmelzen erfolgt wegen des kleineren Verhältnisses Oberfläche/Volumen langsamer.

Jetzt zur eingangs gestellten Frage: Gäbe es reine Reibung PE/Schnee, so wäre der Reibungskoeffizient etwa wie auf Sand. Dies tritt bei Temperaturen unter –20° C tatsächlich auf. Ansonsten gleitet der Schi aber deutlich besser, und zwar deswegen, weil sich ein „Wasserfilm" ausbildet. „Film" ist eine zwar eingebürgerte, aber völlig inkorrekte Bezeichnung. Tatsächlich handelt es sich um Wassertröpfchen, auf denen der Schi (sozusagen „wie auf Kugellagern") dahingleitet. Sie bedecken flächenmäßig vielleicht 1/1000 oder weniger der gesamten Lauffläche.
Für die Ausbildung des Wasserfilms drängen sich zwei Erklärungsmöglichkeiten auf:
a) Druckschmelzung und b) Reibung. Druckschmelzung würde beim Schilauf wegen der geringen spezifischen Flächenpressung ein Schmelzen des Schnees nur bei Temperaturen von –0,00012° C erklären, so daß nur die Reibungstheorie von Bowden und Hughes die richtige Erklärung liefert (1939). Es gibt ziemlich viel experimentelles Material zur Unterstützung dieser Ansicht, allerdings gibt es nach wie vor keine präzise Analyse des eigentlichen Reibungsvorgangs. Ganz gewiß spielen dabei die Energiefreisetzung beim Brechen von Kristallen und ebenso die Anregung von Gitterschwingungen (Phononen) eine Rolle.
Es ist vielleicht erwähnenswert, daß ab Geschwindigkeiten von 5 m/s der kinetische Reibungskoeffizient unmeßbar klein wird. Daß ein Schi trotzdem einen Gleitwiderstand hat, ist u. a. auf den Schneeabräumwiderstand sowie auf das „Schlagen" zurückzuführen. Ein (schnell gefahrener) Schi „flattert" pro Sekunde an die 100 Mal, wenngleich mit unterschiedlichen Amplituden. Solcherart kommt es nur bedingt zur Ausbildung des Wasserfilms.
Jedenfalls hat man es, was das Gleiten eines Schis anlangt, wieder einmal mehr mit dem altbekannten Paradoxon zu tun: Reibung hemmt zwar die Bewegung, aber sie ermöglicht sie de facto erst (hier gibt sie Anlaß zur Ausbildung des Wasserfilms). Soweit ein kurzer, auszugsweiser Überblick über Anwendungsgebiete der Physik im Sport.

Literaturnachweis

Armenti, A. Jr. (1980): Resources for Physics and Sport (AAPT Summer Meeting). Villanova, Pa. USA
Brancadzio, P. J. (1985): Sport Science. New York 1985.
Daish, C. B. (1972): The Physics of Ball Games. English Universities Press, London.
Frohlich, C. (1980): The Physics of Somersaulting and Twisting. Scientific American (242), 154.
Hobbs, P. V. (1974): Ice Physics. Oxford.
Hochmuth, G. (1981): Biomechanik sportlicher Bewegungen. Berlin.
Kovarik, J. (1986): Myographische Untersuchungen zum Kugelstoß. Diss., Univ. Wien.
Lichtenberg, D. B. & Wills, J. G. (1978): Maximizing the Range of the Shot Put. A. J. P. (46), 546.
Lissner, H. R. & Williams, M. (1962): Biomechanics of Human Motion. Philadelphia, USA.
Streisselberger, J. (1988): Physik des Tennissports. Hausarb., Univ. Wien.

Vieles von dem Angeführten basiert auf Vorlesungen, welche der Verfasser seit 1976 teilweise am Institut für Sportwissenschaften der Universität Wien, teilweise am Institut für Theoretische Physik abgehalten hat.